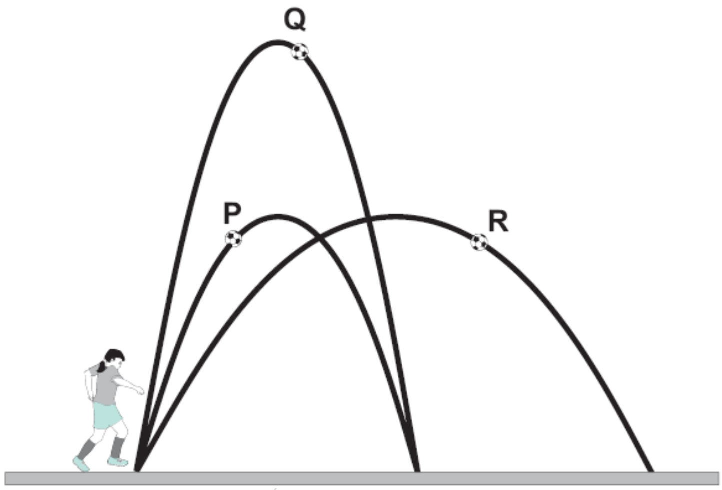
QUESTÕES CORRIGIDAS
COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS e VELOCIDADE RELATIVA
ÍNDICE

Composição de Movimentos

1. (UFMG – 2006) **Clarissa chuta, em seqüência, três bolas. P, Q e R, cujas trajetórias estão representadas nesta figura:**



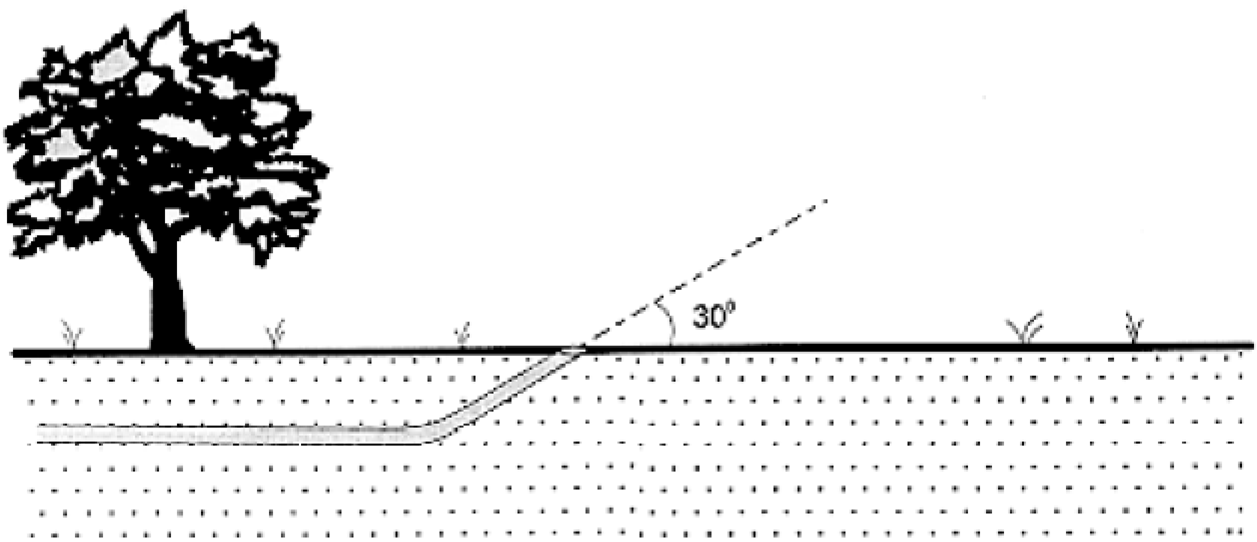
Sejam t_P, t_Q e t_R os tempos gastos, respectivamente, pelas bolas P, Q e R, desde o momento do chute até o instante em que atingem o solo. Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que

a) $t_Q > t_P = t_R$
b) $t_R > t_Q = t_P$
c) $t_Q > t_R > t_P$
d) $t_R > t_Q > t_P$

CORREÇÃO: questão tradicional de **Composição de Movimentos**. Na vertical, temos um **MRUV** (e, embora a questão não diga explicitamente, podemos desconsiderar os atritos). Na horizontal, temos um **MRU.** A bola se move na vertical e horizontal, simultaneamente. **Movimentos perpendiculares são independentes** e podemos nos ater apenas à **subida e descida da bola, que determina sua permanência no ar**. Assim, **a que vai mais alto demora mais**: **Q**. As outras duas subiram o mesmo, e demoram o mesmo!

OPÇÃO: A.

2. **(UFMG-1998-modificada) Um cano de irrigação, enterrado no solo, ejeta água a uma taxa de 15 litros por minuto com uma velocidade de 10 m/s. A saída do cano é apontada para cima fazendo um ângulo de 30º com o solo, como mostra a figura.**
Despreze a resistência do ar e considere g = 10 m/s², sen 30º = 0,50 e cos 30º = 0,87.

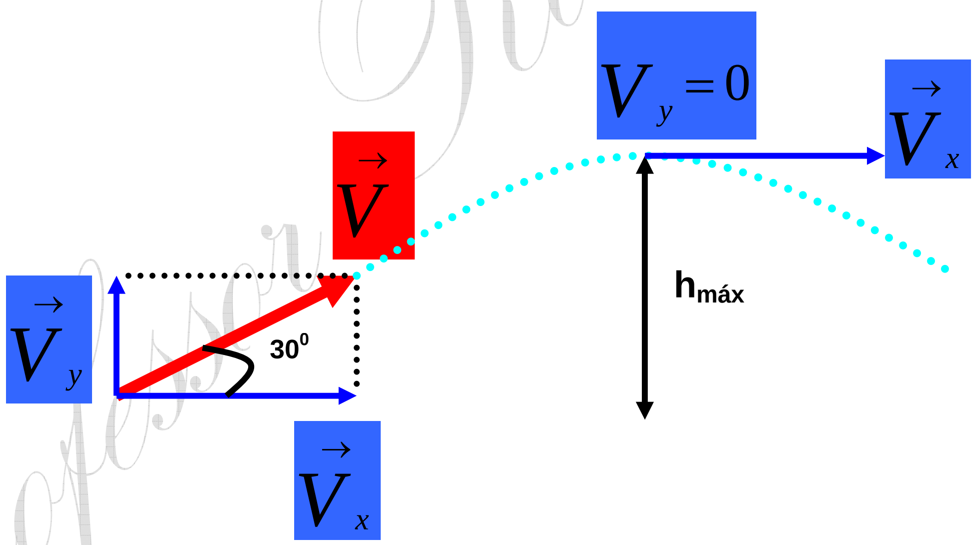


a) **CALCULE quanto tempo uma gota de água permanece no ar a partir do momento em que sai da boca do cano.**

b) **CALCULE quantos litros de água estarão no ar na situação em que o jato d'água é contínuo, do cano ao solo.**

CORREÇÃO

a) É um problema tradicional de **Composição de Movimentos**, travestido numa idéia mais interessante. Primeiramente, vamos decompor o **Vetor Velocidade** e tecer alguns comentários.



Vemos que quanto ao **tempo para a altura máxima só importa a Velocidade Y, de subida e descida! V_y está na frente, oposta ao ângulo de 30^0.**

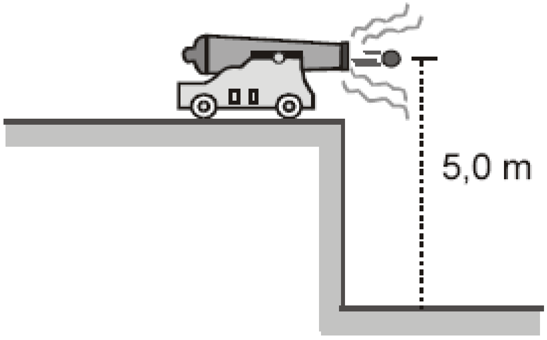
$V_y = V.sen30^0 = 10.0,5 = 5m/s$.

Entendendo o que significa uma aceleração da gravidade de 10 m / s², fazemos a conta de cabeça: demora 0,5, meio segundo, para desacelerar uma velocidade de 5m/s até zero.
Ora, se demora meio segundo para subir, mais meio então para descer! **Tempo = 1,0s.**

b) O resto do problema é uma regra de três: **15 litros em 1 minuto = 60s, x em 1s**!

X = $\frac{15}{60}$ **=0,25 litros** (ou 250ml, sem levar em conta os algarismos significativos).

3. **(UFMG – 2001 – modificada) Um canhão está montado em uma plataforma com rodas, de forma que ele pode se deslocar livremente após cada disparo, como mostrado nesta figura:**



A soma das massas do canhão e da plataforma é 2,0x10^3 kg. A abertura do canhão está a 5,0 m acima do solo. O canhão dispara, horizontalmente, uma bala de massa igual a 5,0 kg, que sai com velocidade de 400 m/s.
Despreze qualquer tipo de atrito.
Com base nessas informações:

a) CALCULE o tempo que a bala gasta, desde o instante do disparo, até atingir o solo. Considere g = 10$\frac{m}{s^2}$**.**

b) EXPLIQUE O PRINCÍPIO FÍSICO utilizado na solução do problema.

CORREÇÃO

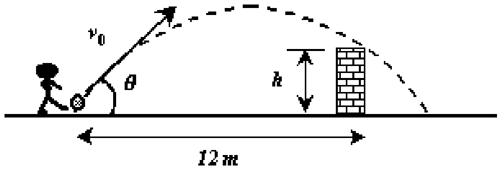
a) Várias maneiras de resolver... Se eu não estivesse com preguiça, desenhava um gráfico **V x t** e resolvia por ele. **Para Casa: faça isto!**

Por fórmula: $$h = v_0.t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow h = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2.5}{10}} = 1{,}0s$$

Lembre-se: a bala não começa **CAINDO, APENAS "ANDANDO" PARA FRENTE ⇒ V_0 = 0**.

b) **MOVIMENTOS PERPENDICULARES SÃO INDEPENDENTES**! Difícil é acreditar nisto!

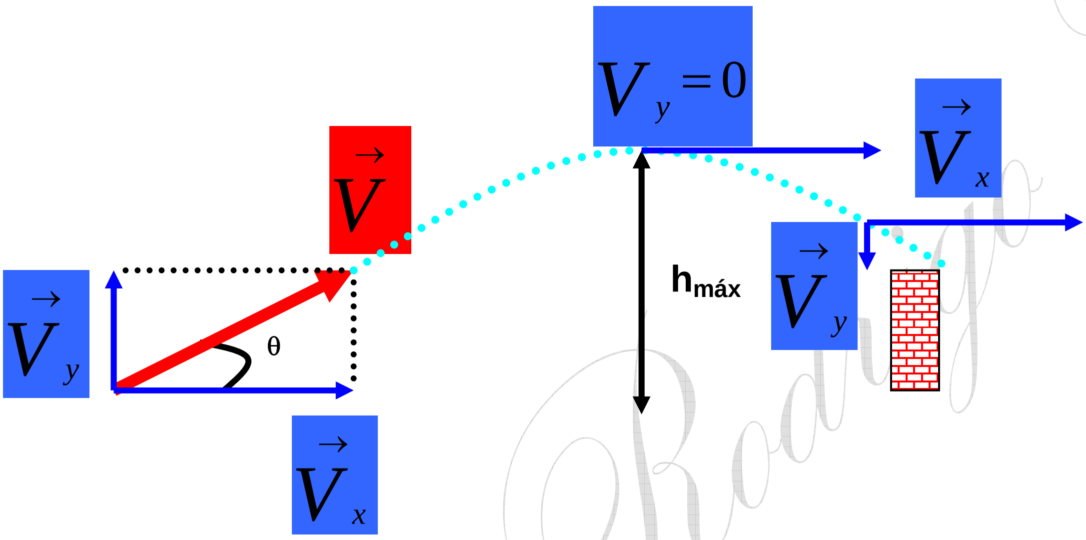
4. **(UFV)** Um menino chuta uma bola de futebol segundo um ângulo θ com a horizontal, com uma velocidade inicial $v_O = 20m/s$, como mostra a figura abaixo. Considere a aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$. Sendo *sen* θ = *0,80* e *cos* θ = *0,60* , a altura máxima <u>h</u> de um obstáculo colocado a *12 m* do menino, a fim de que a bola consiga ultrapassá-lo, é:



a) 6,0 m
b) 8,0 m
c) 11 m
d) 14 m
e) 21 m

CORREÇÃO

Entendo sua dificuldade, por ser um problema incomum. Porém, é uma decomposição de vetores, como tantos outros, mais simples que este. Veja o esquema:



A diferença é que temos um obstáculo, vermelho, a 12 metros de distância. E observe que, neste instante, a bola já começou a cair.

Decompondo os vetores:

$V_y = V.sen\theta = 20.0,8 = 16 m/s$.

$V_X = V.cos\theta = 20.0,6 = 12 m/s$.

Agora, com esta velocidade, calculamos o tempo que a bola gasta para percorrer os **12m na horizontal, V_X.**

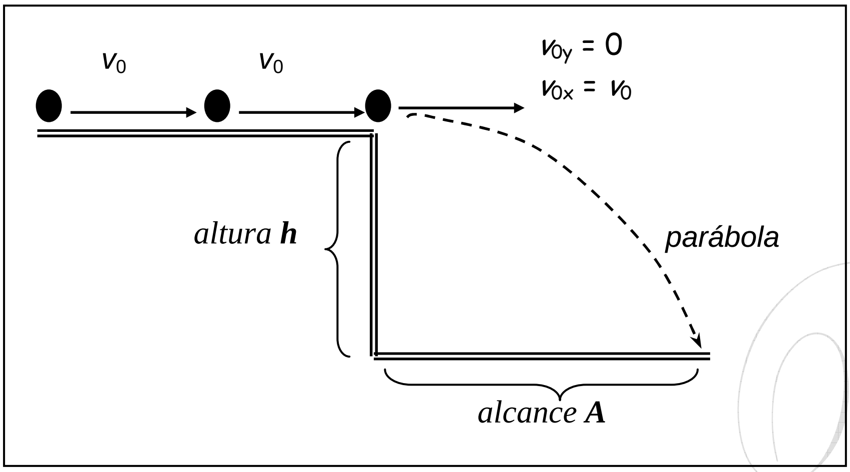
$$t = \frac{d}{V_X} = \frac{12}{12} = 1{,}0s$$

Finalmente, **a que altura a bola estará após 1s**? Vamo vê...
Aliás, retiro o que disse: pelo tempo, a bola **ainda estará é subindo! Quase na altura máxima! O desenho engana... Para casa: por quê?**

$$h = v_{0y}.t + \frac{g \cdot t^2}{2} = 16.1 - \frac{10.1^2}{2} = 11m$$

OPÇÃO: C.

5. Um corpo é atirado de uma mesa horizontal com velocidade inicial $\vec{v}_o$ conforme a figura abaixo.



Despreze todos os atritos. Sobre o seu **alcance**, podemos afirmar corretamente que:

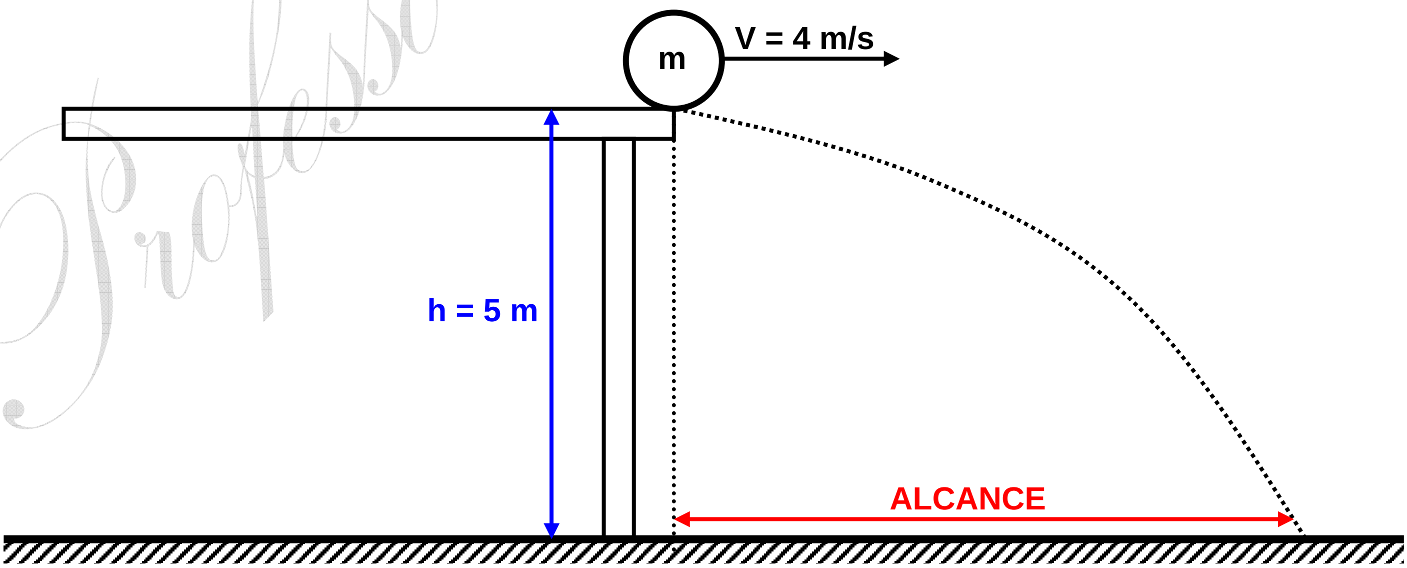
a) só depende da altura da mesa.
b) só depende do módulo da velocidade inicial v_o.
c) depende tanto da altura da mesa quanto do módulo da velocidade inicial v_o.
d) não depende da aceleração da gravidade local.

CORREÇÃO

Quanto mais tempo fica no ar, mais longe vai. Depende da altura. Quanto maior a velocidade de lançamento, mais longe vai. Depende de v_o. E também depende da gravidade. Na Lua, com os mesmos parâmetros iniciais, tem-se outro resultado.

OPÇÃO: C.

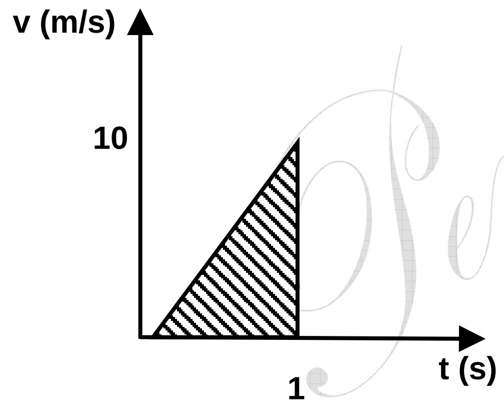
6. Um corpo é atirado para frente, a partir do repouso e horizontalmente, a uma velocidade de 4 m/s. Observe a figura abaixo. Despreze os atritos e considere g = 10 m/s^2. **CALCULE** o alcance horizontal do corpo no momento em que ele atinge o solo.



CORREÇÃO

Como sabemos, **movimentos perpendiculares são independentes**. Assim, para frente (eixo x) temos um movimento uniforme, no qual a gravidade não atua. Para baixo (eixo y), sem atritos, temos uma queda livre.

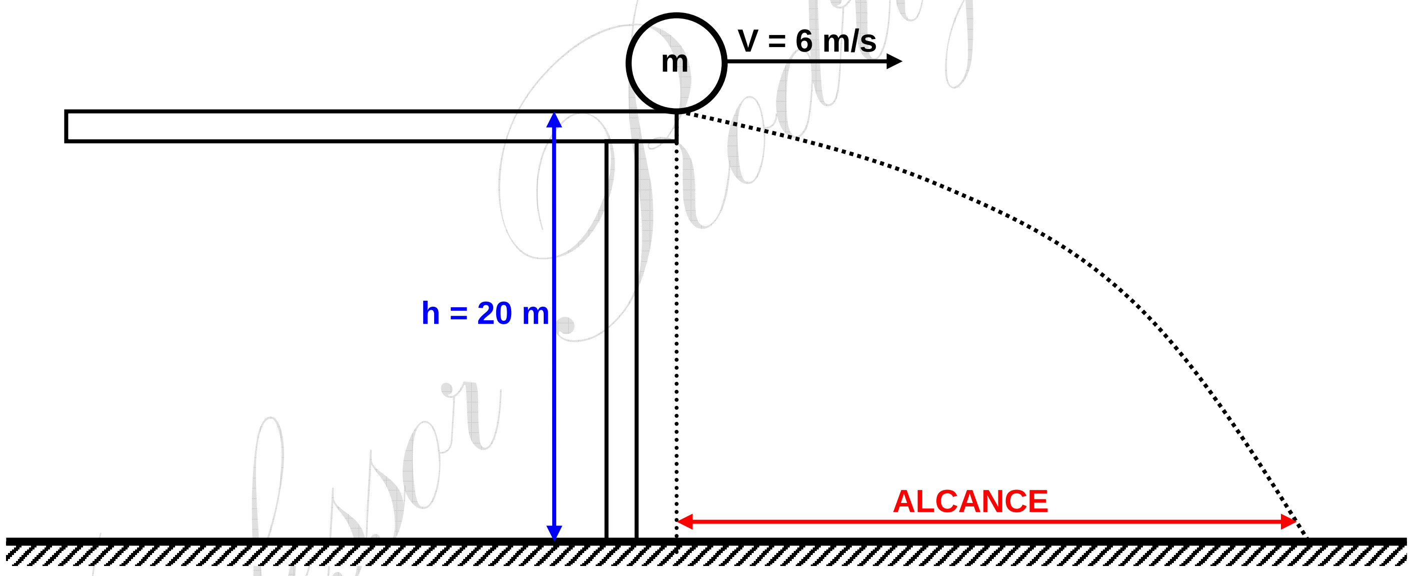
Primeiro, calculamos o tempo de queda. Podemos usar as fórmulas do MUV, mas prefiro o gráfico Vxt. O gráfico mostra, pela área do triângulo, b.h/2, que em 1 s, como g = 10 m/s^2, o corpo cai a altura de 5 m.



Então, movendo-se a 4 m/s para frente:

$\boxed{d = \text{Alcance} = v.t = 4.1 = 4\text{ m}}$.

7. Um corpo é atirado para frente, a partir do repouso e horizontalmente, a uma velocidade de 6 m/s. Observe a figura abaixo. Despreze os atritos e considere g = 10 m/s^2. **CALCULE** o alcance horizontal do corpo no momento em que ele atinge o solo.



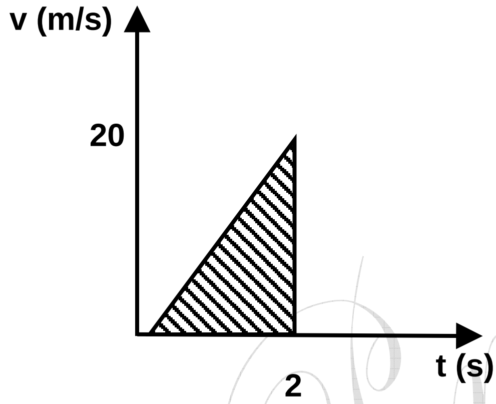
CORREÇÃO

Como sabemos, **movimentos perpendiculares são independentes**. Assim, para frente (eixo x) temos um movimento uniforme, no qual a gravidade não atua. Para baixo (eixo y), sem atritos, temos uma queda livre.

Primeiro, calculamos o tempo de queda. Podemos usar as fórmulas do MUV, mas prefiro o gráfico Vxt. O gráfico mostra, pela área do triângulo, b.h/2, que em 2 s, como g = 10 m/s^2, o corpo cai a altura de 20 m.

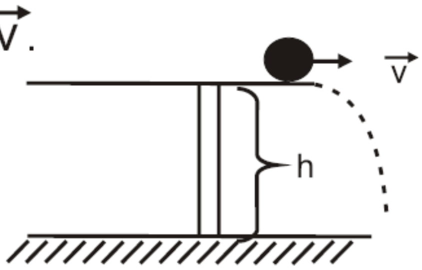
Então, movendo-se a 6 m/s para frente:

$\boxed{d = \text{Alcance} = v.t = 6.2 = 12\ m}$.



8. **(UFSJ/2008)**

Na figura abaixo está representado o tampo de uma mesa sobre o qual uma bola rola com velocidade $\vec{v}$.



Ao perder contato com a superfície da mesa, a bola cai, atingindo o solo com velocidade de módulo igual a

A) $\sqrt{v^2 + (2gh)^2}$

B) $2gh$

C) $\sqrt{2gh}$

D) $v^2 + (2gh)^2$

CORREÇÃO

Por incrível que pareça, é outra questão de **Cinemática: Lançamento Horizontal**. Com a Física tão vasta, é estranho ficar batendo na mesma tecla numa prova de apenas 5 questões. A teoria do lançamento é a seguinte:

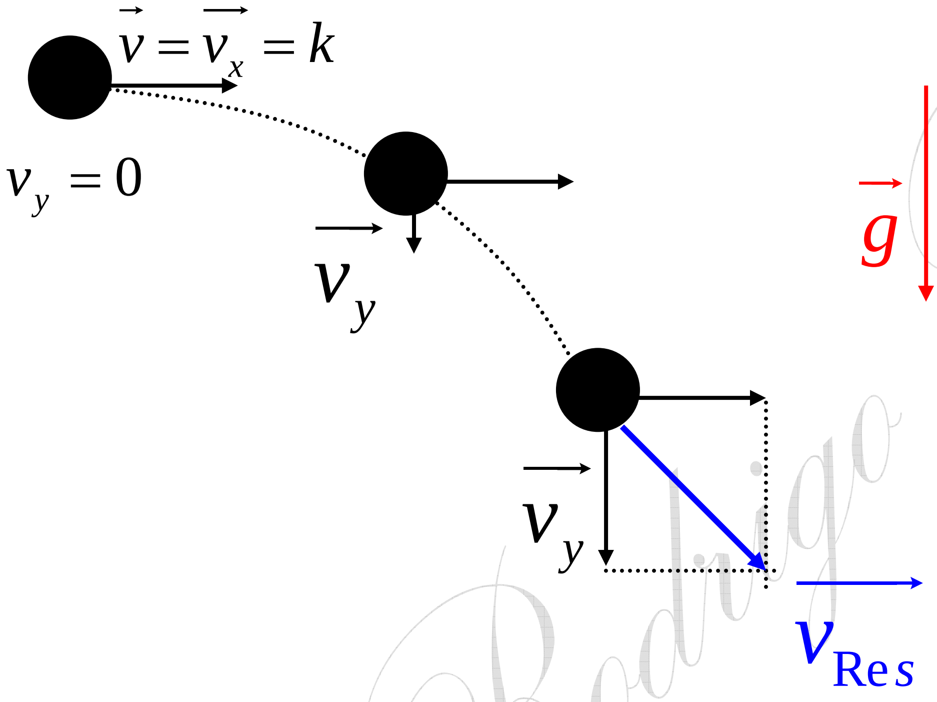
→ **movimentos perpendiculares são independentes;**
→ **a gravidade só atua na direção y, vertical;**
→ **na horizontal temos um Movimento Uniforme;**
→ **na vertical, um Movimento Uniformemente Variado.**

É isto... Com uma sofisticação: como se quer **o módulo da velocidade resultante**, temos que usar, como na primeira questão, o conceito de **Vetor Resultante**. Poderia resolver utilizando apenas fórmulas da Cinemática, mas para variar e por questão de facilidade, vou resolver utilizando o conceito de **Conservação da Energia Mecânica:** a **Energia Potencial Gravitacional** no início, a uma altura *h*, será convertida em **Energia Cinética** durante a queda. Neste caso, temos que **desprezar o atrito,** o que também seria necessário para aplicar as relações do MRUV.

Calculando v_y:

$$\boxed{E_C = E_G \Rightarrow \frac{\cancel{m} v_y^{\,2}}{2} = \cancel{m} g h \Rightarrow v_y^{\,2} = 2gh}.$$

O esquema abaixo mostra a variação das velocidades x e y e o cálculo da **Velocidade Resultante**.

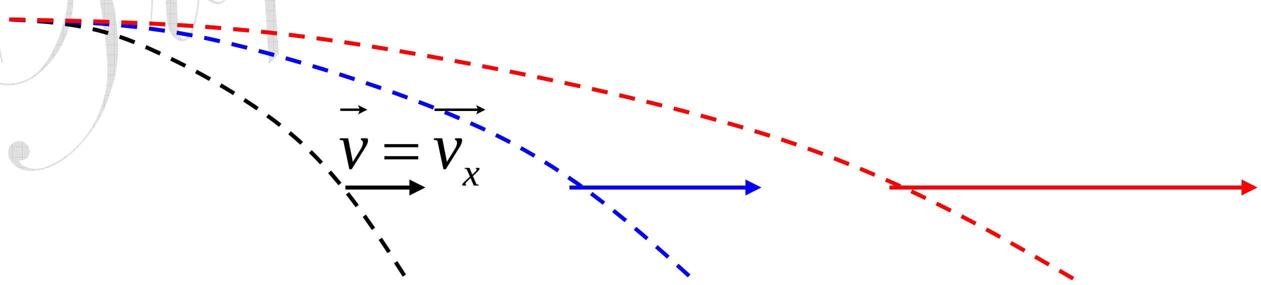


Como se vê, a velocidade y aumenta sob ação da gravidade e a x permanece constante (k). A **Velocidade Resultante** vem por **Pitágoras**:

$$\boxed{v_{Res}^{\,2} = v_y^{\,2} + v_x^{\,2} = gh + v^2 \Rightarrow v_{Res} = \sqrt{2gh + v^2}}.$$

Ficamos **sem resposta no gabarito!** Mas, o oficial, que baixei em 20/07/2008 não mostra esta questão como anulada! Dá como resposta oficial a letra **C**! Seria esta, **desprezando os atritos e soltando a bola de uma altura *h* a partir do repouso**, não rolando sobre a mesa com velocidade de módulo **v**! Veja que a resposta dada à questão contradiz o bom senso: por ela, a velocidade com que a bola bate no chão, alvo da pergunta, **só depende da gravidade e da altura**.

Ora, se a velocidade inicial **x, v = v$_x$,** for maior ou menor, a bola irá bater mais longe ou mais perto. Veja:



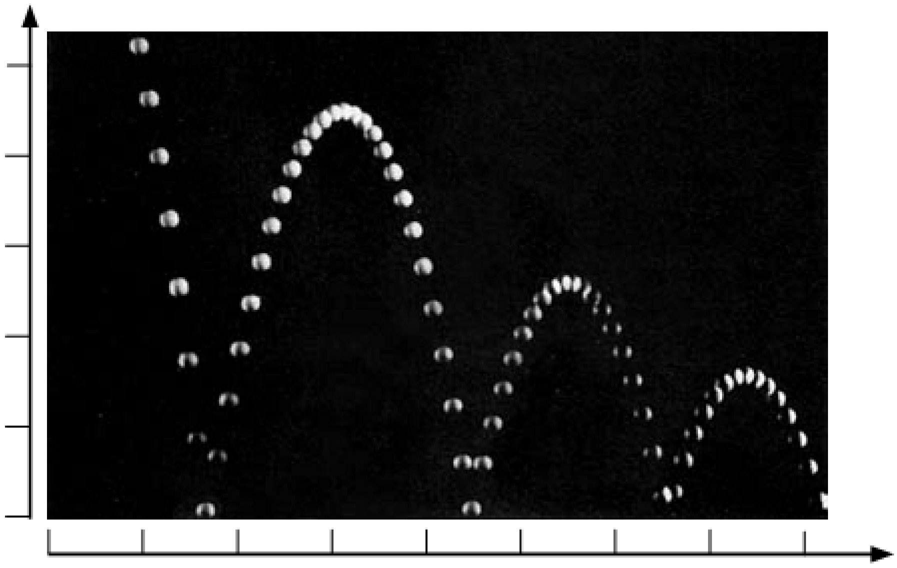
Desprezando os atritos, o tempo de queda e o valor da velocidade **y** são os mesmos, em qualquer caso! E, claro, $\boxed{v_y = \sqrt{2gh}}$. Por sinal, resultado bem conhecido. Porém, ao se considerar correta a resposta do gabarito, se você jogar uma pedra para frente ou der um tiro de fuzil horizontal da mesma altura que jogou a pedra, ambos, pedra e projétil, baterão no chão com a mesma velocidade, o que sabemos que não ocorre!

Resolvendo a questão por Conservação da Energia Mecânica, sem atritos, o erro do gabarito foi não considerar que no início, sobre a mesa, a bola tinha Energia Potencial Gravitacional **e Energia Cinética,** devido ao seu rolar inicial com velocidade de módulo **v**. A resolução assim está abaixo.

$$E_{Cfinal} = E_{Ginicial} + E_{Cinicial} \Rightarrow \frac{\cancel{m} v_{final}^{2}}{2} = \cancel{m} gh + \frac{\cancel{m} v_{inicial}^{2}}{2} \Rightarrow$$
$$v_{final} = \sqrt{2gh + v_{inicial}^{2}}$$

OPÇÃO: oficial do gabarito C (20/07/2008), mas SEM RESPOSTA!

9. **(UFMG/2009)** Uma bola é lançada horizontalmente, de certa altura, e cai sobre uma superfície rígida, plana e horizontal. Uma parte da trajetória dessa bola está mostrada nesta fotografia estroboscópica, que consiste na superposição de diversas imagens registradas em instantes consecutivos:



Nessa figura, tanto na escala horizontal quanto na vertical, cada divisão mede 10 cm. A massa da bola é de 0,20 kg e, na foto, o intervalo de tempo entre uma exposição e outra é de 0,020 s.
Considerando essas informações,

1. DETERMINE o módulo da velocidade da bola no instante em que ela é lançada horizontalmente.

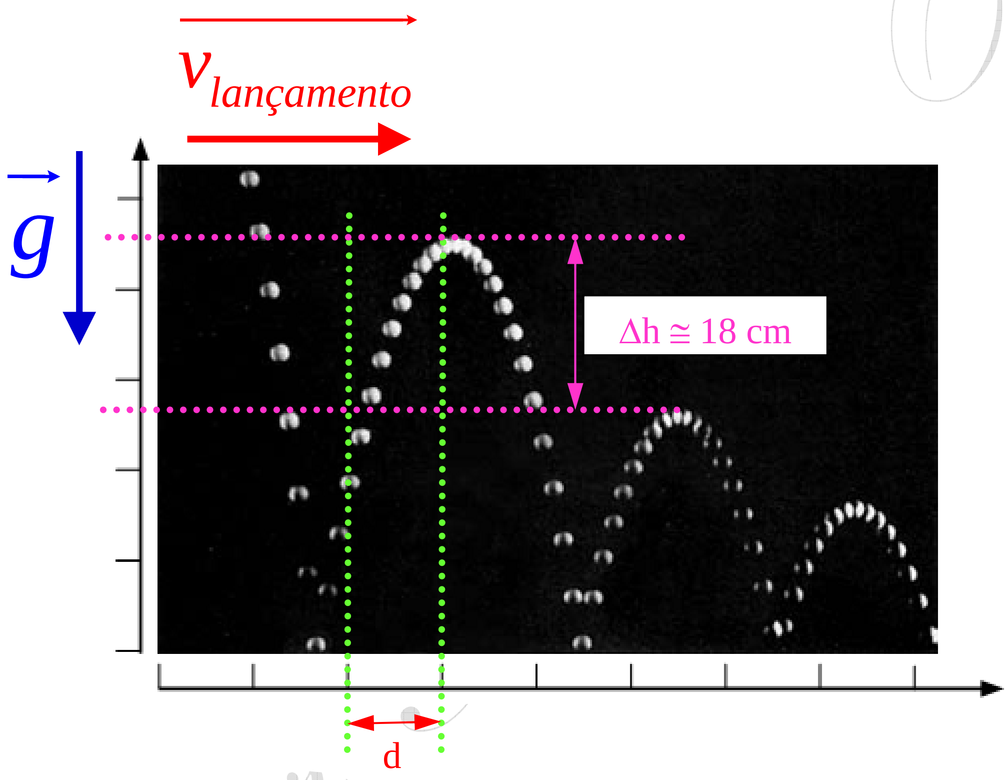
JUSTIFIQUE sua resposta.

CORREÇÃO

Questão interessante, que envolve **CINEMÁTICA VETORIAL** e **CONSERVAÇÃO DA ENERGIA**.

O item **1** trata da **Composição de Movimentos**. Veja na figura. Podemos separar o movimento da bola em duas direções: na **horizontal**, que nos interessa para cálculo da velocidade de lançamento solicitada, e **desprezando-se os atritos**, o que deve ser justificado na questão, a gravidade não atua e teremos um **Movimento Retilíneo Uniforme**.

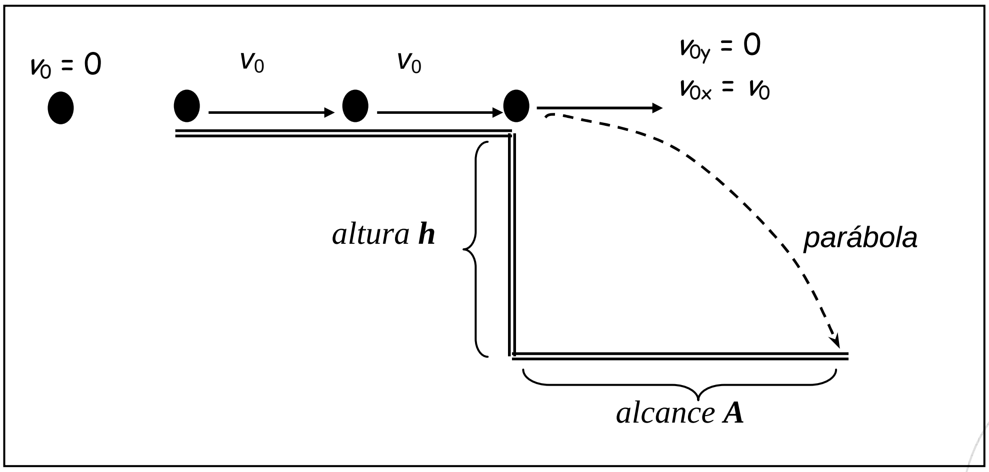
Na **vertical**, com atuação da **aceleração da gravidade**, o movimento é **Uniformemente Variado**. Embora não iremos utilizar as equações deste na resolução desta questão. Discutidos os conceitos e analisada a figura, partimos para a solução.



Veja que, separando a distância **d** e **contando**, uma por uma, as posições ocupadas pela bolinha, encontramos **9 posições**. Sabemos, do enunciado, que a **escala horizontal** é de **10 cm** e que o **intervalo** entre as fotos foi de **0,020 s**. **9x0,02=0,18 s**. Como o movimento é **uniforme**, temos:

$$\boxed{v = \frac{d}{t} = \frac{10}{0,18} = 55,555\ \frac{cm}{s} = 55\ \frac{cm}{s} = 0,55\ \frac{m}{s}}.$$

10. (**CF – C6 – H20**) Um corpo é atirado de uma superfície horizontal com velocidade inicial $\vec{v}_o$ ao mesmo tempo em que outro é solto, da mesma altura, com velocidade inicial igual a zero, conforme a figura abaixo.



Despreze todos os atritos e considere g = 10 m/s^2. Qual dos dois corpos atinge o chão primeiro? JUSTIFIQUE.

CORREÇÃO

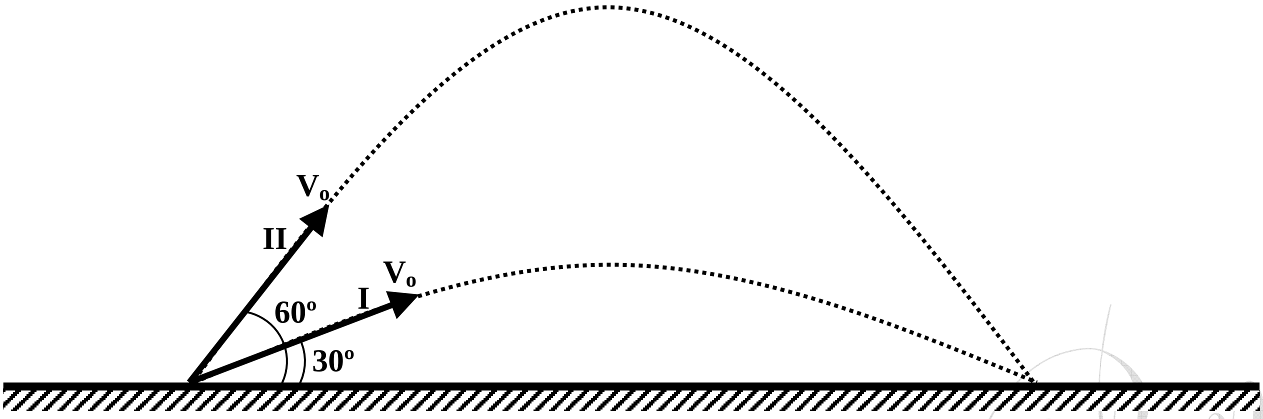
Como a gravidade é a mesma para os dois e, lembrando, **movimentos perpendiculares são independentes**, eles caem juntos. Da mesma altura, sob a mesma gravidade e sem atritos, não importa a velocidade v_x , para frente.

11. (**CF – C6 – H20**) Dois projéteis **I** e **II** são atirados com a mesma velocidade inicial v_o, sob ângulos 30º e 60º, respectivamente, conforme a figura abaixo.

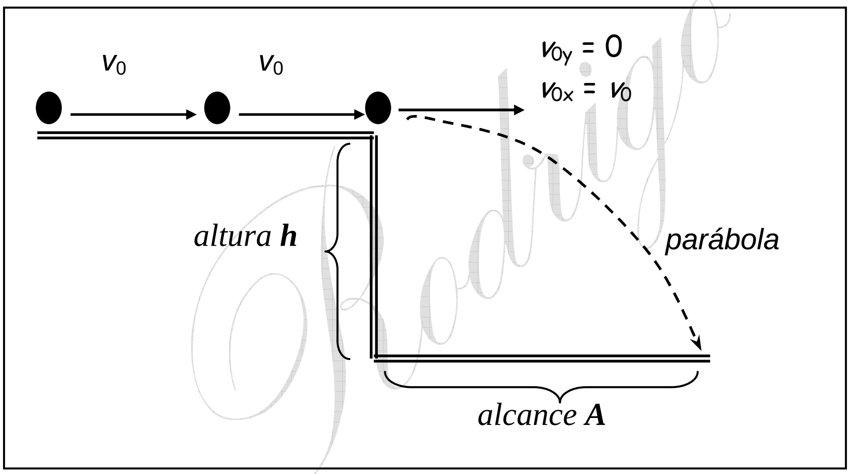
Considerando-os livres da resistência do ar, qual deles terá o maior alcance? Justifique.

CORREÇÃO

É possível demonstrar que **o maior alcance se dá para um ângulo de 45º**. Para outros ângulos, há uma **simetria** em relação a 45º. Como nesta questão, 30 = 45 – 15 e 60 = 45 + 15, ou seja, ambos os ângulos têm uma diferença de 15º em relação ao de 45º. Logo, o alcance será **o mesmo**. Um sobe pouco, tendo pouco tempo para *andar para frente* e o outro *sobe muito, andando pouco para frente*. Dá o mesmo resultado...



12. (**SP – C6 – H20**) Considere na sitação anterior que a velocidade inicial v_{ox} do corpo lançado para frente seja igual a 4 m/s. A altura h é igual a 20 m. Nestas circunstâncias, calcule o tempo de queda do corpo.



CORREÇÃO

A velocidade para frente **não influi no tempo de queda**. Logo, devemos considerar uma queda livre de 5 m de altura, apenas. E, v_{oy}=0. Fórmula e conta...

$$h = \cancel{v_o t} + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow \overset{4}{\cancel{20}} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}\,.t^2}{\cancel{2}} \Rightarrow t = 2\ s\ .$$

13. (**SP – C6 – H20**) Finalmente, considerando os dados da questão anterior, determine o alcance do corpo.

CORREÇÃO

Já sabemos que o tempo de queda foi de 2 s. E o alcance leva em conta, apenas, **a velocidade** v_{ox}=4 m/s, para frente. A gravidade não influi, pois é **para baixo**. Temos um Movimento Uniforme, de solução simples.

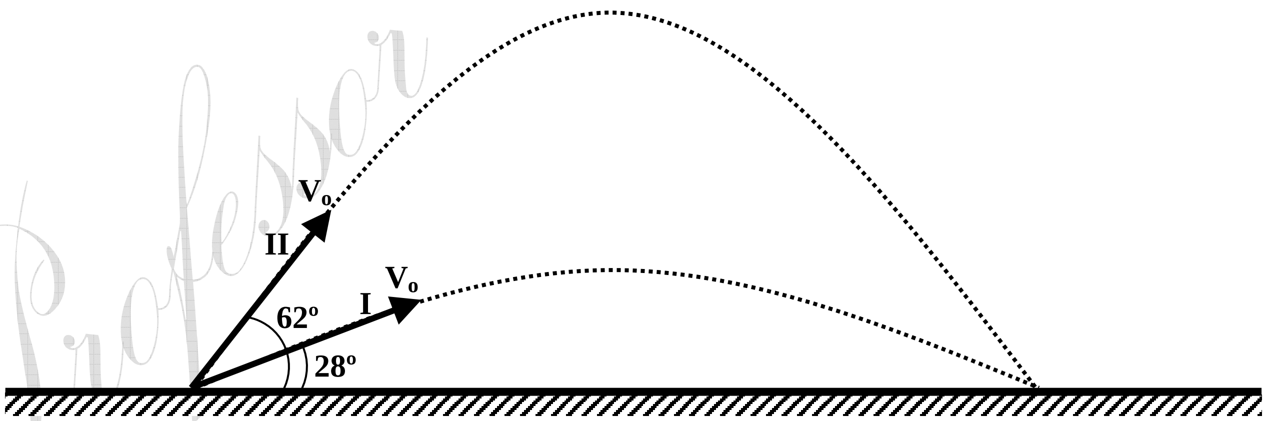
$$d = Alcance = v_x.t = 4.2 = 8\ m$$

14. (**CF – C6 – H20**) Dois projéteis **I** e **II** são atirados com a mesma velocidade inicial v_o, sob ângulos 28º e 62º, respectivamente, conforme a figura abaixo.

Considerando-os livres da resistência do ar, qual deles terá o maior alcance? Justifique.

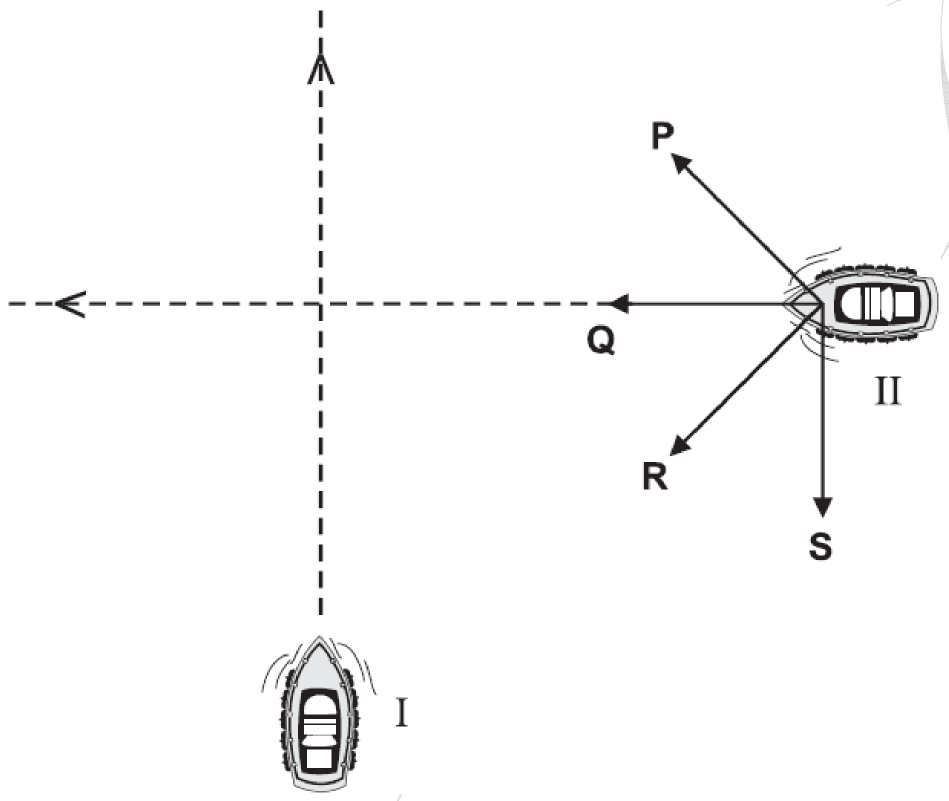
CORREÇÃO

É possível demonstrar que **o maior alcance se dá para um ângulo de 45º**. Para outros ângulos, há uma **simetria** em relação a 45º. Como nesta questão, 28 = 45 – 17 e 62 = 45 + 17, ou seja, ambos os ângulos têm uma diferença de 17º em relação ao de 45º. Logo, o alcance será **o mesmo**. Um sobe pouco, tendo pouco tempo para *andar para frente* e o outro *sobe muito, andando pouco para frente*. Dá o mesmo resultado...



Velocidade Relativa

15. **(UFMG/2007)** Dois barcos – **I** e **II** – movem-se, em um lago, com velocidade constante, de mesmo módulo, como representado nesta figura:

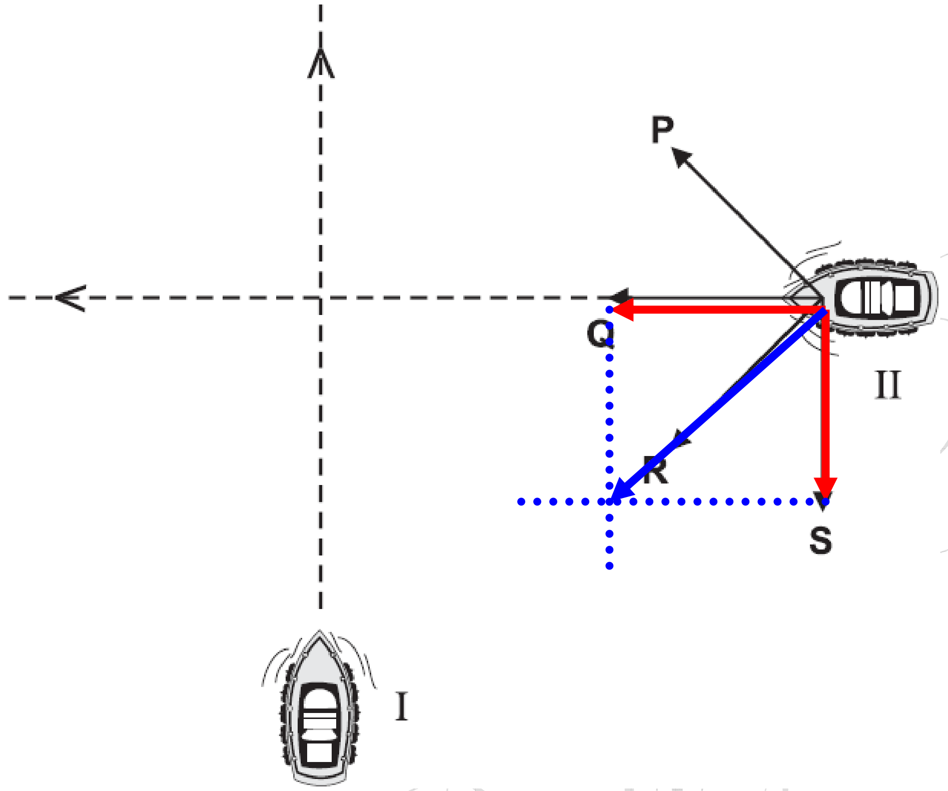


Em relação à água, a direção do movimento do barco **I** é perpendicular à do barco **II** e as linhas tracejadas indicam o sentido do deslocamento dos barcos.
Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que a velocidade do barco **II**, medida por uma pessoa que está no barco **I**, é **mais bem** representada pelo vetor

A) P .
B) Q .
C) R .
D) S .

CORREÇÃO

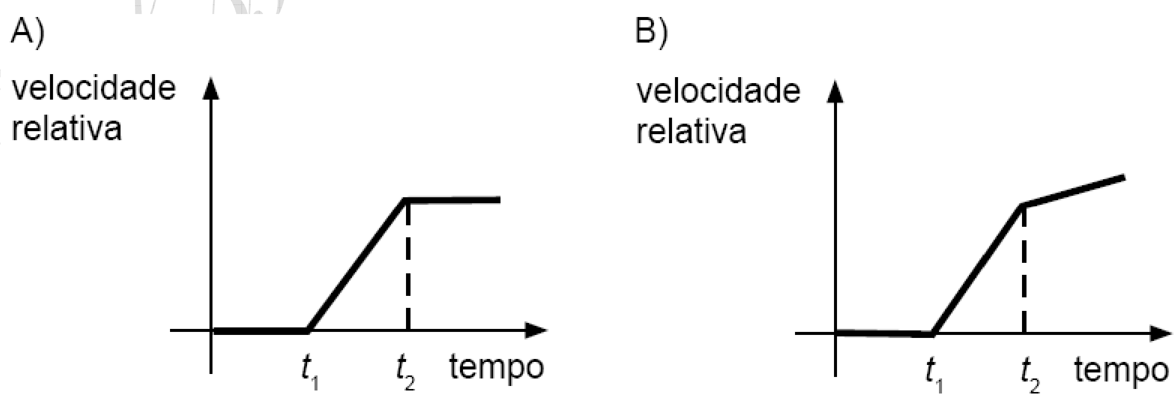
Essa já é uma questão mais interessante. Não é igual ao que se viu na UFMG nos últimos 10 anos. Poderia ser classificada como de **velocidade relativa**, mas não consta do programa. Eu também, em sala de aula, prefiro encarar a pergunta como uma **mudança de referencial**. Ao contrário de pensar que o barco de baixo se move para cima em relação à água, como queremos a velocidade de **II** vista por **I**, podemos pensar o seguinte: **o barco I está parado e a água é que desce trazendo com ela o barco II, este por sinal se move para esquerda em relação à água**. Veja o efeito:



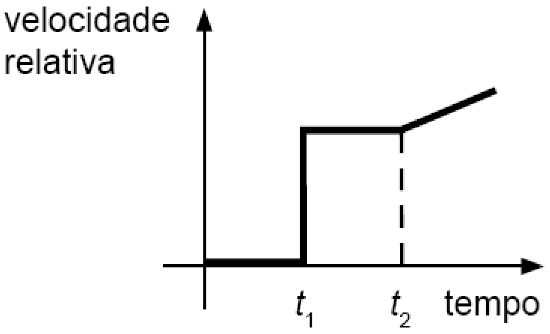
A **composição das velocidades para baixo e para a esquerda do barco II dá uma velocidade resultante inclinada para sudoeste**.

OPÇÃO: C.

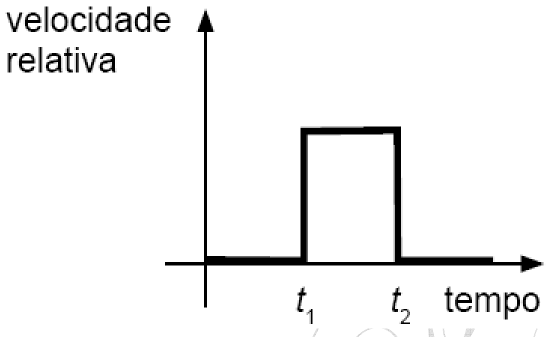
16. **(UFMG/2009)** Numa corrida, Rubens Barrichelo segue atrás de Felipe Massa, em um trecho da pista reto e plano. Inicialmente, os dois carros movem-se com velocidade constante, de mesmos módulo, direção e sentido. No instante t_1, Felipe aumenta a velocidade de seu carro com aceleração constante; e, no instante t_2, Barrichelo também aumenta a velocidade do seu carro com a mesma aceleração. Considerando essas informações, assinale a alternativa cujo gráfico **melhor** descreve o módulo da velocidade relativa entre os dois veículos, em função do tempo.



C)



D)



CORREÇÃO

Questão de **CINEMÁTICA**, envolvendo o conceito de **VELOCIDADE RELATIVA**. Há várias maneiras de encará-la.

Primeiramente, notamos que no começo, *os dois têm a mesma velocidade*. Isto faz com que um esteja, inicialmente, em **repouso** em relação ao outro. Veja:

$$v_{Rel} = v - v = 0 \;\Rightarrow\; Repouso$$

Como o da frente começa a **acelerar primeiro**, a **velocidade relativa aumenta**. Porém, a partir do momento que **o de trás adquire a mesma aceleração**, a **velocidade relativa** se estabiliza, **pára de aumentar**. Este raciocínio leva ao gráfico da letra A.

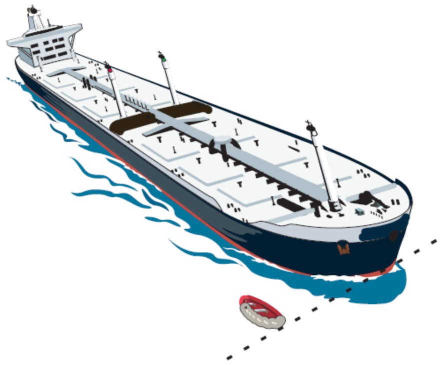
Outra maneira que pensei de resolver a questão seria montando uma tabela. Observe que colocamos a velocidade de Massa na primeira linha, de Barrichelo na segunda e a **velocidade relativa** (diferença entre as duas) na última. Como exemplo, escolhi uma **suposta** aceleração de **2 m/s²**.

V (m/s)				t_1			t_2		
V_{Massa}	10	10	10	**12**	14	16	18	20	22
$V_{barrichelo}$	10	10	10	**10**	10	10	12	14	16
$V_{Relativa}$	0	0	0	**2**	4	6	6	6	6

Veja que a partir do momento **t_1** que Massa acelera, a **velocidade relativa aumenta, uniformemente (aceleração constante)**. Porém, quando Barrichelo adquire a **mesma aceleração** em **t_2**, a **velocidade relativa pára de aumentar** e, a partir daí, **permanece constante**.

OPÇÃO: A.

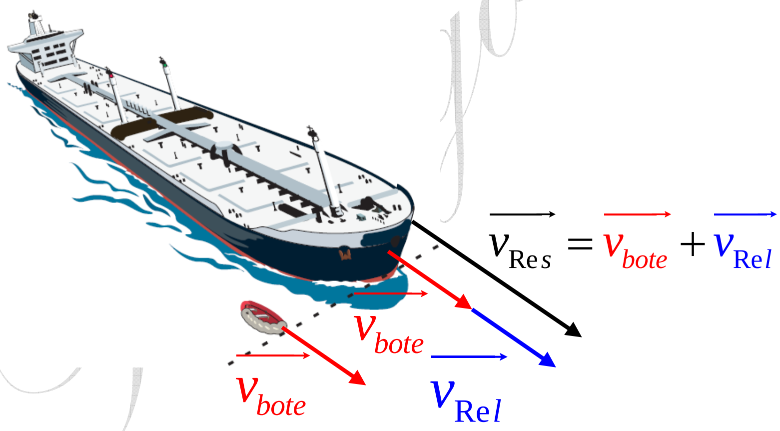
17. **(UFMG/03-modificado)** Um pequeno bote, que navega a uma velocidade de 2,0 m/s em relação à margem de um rio, é alcançado por um navio de 50 m de comprimento, que se move paralelamente a ele, no mesmo sentido, como mostrado na figura:



Esse navio demora 20 segundos para ultrapassar o bote. Ambos movem-se com velocidades constantes. Nessas condições, despreze o comprimento do próprio bote e **calcule a velocidade do navio em relação à margem.**

CORREÇÃO

Pelo conceito de velocidade relativa, o navio ultrapassa o bote **devido à velocidade que ele tem a mais**, isto é, devido à velocidade relativa do navio para o bote. Para você imaginar melhor, suponha que bote e navio tivessem exatamente a mesma velocidade. Um ficaria em repouso em relação ao outro! Assim, a ultrapassagem é devida apenas à parte da velocidade – em relação à margem – que o navio tem **a mais que o bote**. Vetorialmente:



$v_{\text{navio em relação à margem}} = v_{\text{bote}} + v_{\text{Relativa do navio para o bote}}$.

Pela relação do Movimento uniforme:

$$v_{Rel} = \frac{d}{t} = \frac{5\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 2,5\frac{m}{s}$$

Logo, a velocidade resultante – para a margem - do navio vale:

$\boxed{v_{Res} = 2+2,5 = 4,5 \text{ m/s}}$.